Ohjeita tutkielmien kirjoittajille

Pentti Haukkanen

19. elokuuta 2018

Sisältö

1 Kandidaattitutkielma 1
2 Pro gradu -tutkielma 3
3 Kypsyysnäyte 9
4 Tutkielman rakenne 11
5 Yleinen matemaattinen kirjoitustyyli 15
6 Yksittäisiä matemaattisen kirjoittamisen erityispiirteitä 18
Liite: Tiivistelmän malli 21

Tampereen yliopisto
Luonnontieteiden tiedekunta
Matematiikka

1 Kandidaattitutkielma

Kandidaattitutkielma on noin 15-sivuinen LaTeXilla tai muulla sopivalla ohjelmalla kirjoitettu esitys jostakin selkeästi rajatusta matemaattisesta aiheesta.

- Aihe liittyy yleensä johonkin matematiikan luentokurssiin, siis algebraa, logiikkaa, lineaarialgebraa, lukuteoriaa, analyysiä, ..., mutta joskus johonkin kokonaan uuteen alaan, esim. koodausteoriaan
- Perustuu kirjallisuuteen (kirjoihin, nettimateriaaliin ja joskus matemaattisiin lehtiartikkeleihin) ja ei yleensä sisällä empiiristä osuutta
- Kandidaattitutkielma on *suomenkielinen*, ulkomaiset opiskelijat voivat kirjoittaa *englanniksi*.
- *Muodoltaan* mallitutkielman (tämän oppaan lopussa) kaltainen.
- Kirjoitustyyli sellainen, että rakenne sisältää *määritelmiä, lauseita ja todistuksia* sekä esimerkkejä (ellei toisin sovita).
- Kiinnitetään erityistä huomiota *matemaattiseen kirjoittamiseen*.
- Työ kirjoitetaan *hyvällä suomen kielellä*.
- Kaiken perustana kuitenkin *matemaattisen sisällön hallinta*.
- *Lukijakunnaksi* oletetaan opiskelijat, jotka eivät tunne aihetta, mutta omaavat perustiedot sen omaksumiseen.
- *Päälähdekirjan* on oltava *vieraskielinen* ellei toisin sovita.
- Lähdeteoksesta *ei* tarvitse eikä usein voikaan *poiketa* olennaisesti (tämä johtuu matematiikan luonteesta oppiaineena), *suoraa kääntämistä* on kuitenkin *vältettävä*.
- Lähdeteoksista voi kuitenkin laatia oman esityksensä luovasti ja itsenäisesti.
- *Omia* määritelmiä ja lauseita *ei vaadita* (*ei ole edes syytä yrittää*), omia esimerkkejä on hyvä esittää, todistuksiin tulee antaa lisäselvennyksiä, ...
- Tutkielman ohjaa ja tarkastaa kandidaattiseminaarin opettaja tai muu sopiva opettaja. Logiikasta tehdyt kandidaattitutkielmat ohjaa Lauri Hella
- Kandidaattitutkielman ensimmäinen tarkastettava versio *palautetaan* kandidaattiseminaarin opettajalle pdf-muodossa (tai paperisena). Samalla toimitetaan työn *päälähteet*.
- Lopullinen versio lähetetään ohjaajalle pdf-muodossa.
- Kandidaattiseminaarin opettaja tarkastaa *matemaattisen sisällön, tutkielman rakenteen, matemaattisen kirjoittamisen ja suomen kielen*.

- Yleensä kandidaattitutkielma palautetaan opiskelijalle *korjattavaksi* mahdollisesti useaankin kertaan.
- Kandidaattitutkielmia *ei arkistoida* kirjaston kokoelmiin, ei paperisena eikä sähköisessä muodossa. Sen sijaan ne varastoidaan tiedekunnan arkistoon määräajaksi.
- *Arviointiasteikko*: 1-5. Arvosanasta päättää tiedekunnan dekaani ohjaajan lausunnon pohjalta. (Dekaani toki voi siirtää päätöksenteon vastaavalle opettajalle.) Arvioinnissa käytetään yksikön laatimaa arviointilomaketta, joka toimitetaan myös opiskelijalle.

Esimerkkejä mahdollisista kandidaattitutkielman aiheista

Matriisin diagonalisointi (ja sovelluksia) (Engl. diagonalization)
Neliömuotojen pääakselilauseet (Quadratic forms and principal axes theorem)
Gaussin-Jordanin eliminointimenetelmä (Gauss–Jordan elimination)
Alkeismatriisit ja käänteismatriisi (Elementary matrices and matrix inverse)
Sisätuloavaruudet (Inner product spaces)
Metriset avaruudet (monenlaisia aiheita) (Metric spaces)
Todennäköisyyden aksioomat (ja ehdollinen todennäköisyys tms.) (Probability axioms)
Normaalit aliryhmät ja tekijäryhmät (Normal subgroups and quotient (or factor) groups)
Matriisiryhmät (ja symmetria) (Matrix groups)
Ryhmien suorat tulot (Direct product of groups)
Äärellisesti generoidut Abelin ryhmät (Finitely generated abelian groups)
Kolmannen asteen yhtälön ratkaisukaava (Solving cubic equation)
Osittain järjestetyt joukot ja hilat (Partially ordered sets or posets and lattices)
Kongruenssi ja sen sovelluksia (Congruence and its applications)
Laskennallista lukuteoriaa, esim. alkulukutestit, pseudoalkuluvut (Computational number theory, prime number tests, pseudoprimes)
Diofantoksen yhtälöitä, esim. Pythagoraan kolmikot, Fermat'n suuri lause eksponentille neljä (Diophantine equations, Pythagorean triples, Fermat's last theorem for $n = 4$)
Rationaaliluvun desimaaliesitys (Decimal expansions)
Ketjumurtoluvut (Continued fractions)
Eulerin funktio (Euler's totient function)
Tekijäfunktio ja täydelliset luvut (Divisor function and perfect numbers)
Alaraja-arvo ja ylaraja-arvo (Limes inferior and superior)
L'Hospitalin sääntö (L'Hospital rule)

Sarjojen suppenemistesteistä (Convergence tests for infinite series)
Taylorin kaava (Taylor's formula)
Jatkuvat ja tasaisesti jatkuvat funktiot (Continuity and uniform continuity)
Funktiojonon (tasainen) suppeneminen ((Uniform) continuity of sequences of functions)
Bolzanon lause, Bolzanon-Weierstrassin lause
Peitelauseet, esim. Heinen-Borelin lause (Covering theorems)
p-adiset luvut (p-adic numbers)
Laplace-muunnos (Laplace transform)
Laplace-muunnoksen soveltaminen differentiaaliyhtälöihin
Differentiaaliyhtälöiden ratkaiseminen potenssisarjoilla (Power series solution of...)
Differentiaaliyhtälöiden ratkaisun olemassaolo- ja yksikäsitteisyyslause (Existence and uniqueness of solutions of ...)
Numeerista matematiikkaa (useita erilaisia aiheita) (Numerical mathematics or analysis)

Oma aihe saa olla mutta ei tarvitse olla jokin näistä. Kandiseminaarissa annetaan lisää, lähinnä vaikeampia aiheita. *Tietoa logiikan aiheista saa Lauri Hellalta. Sovelletun matematiikan aiheita saa Samuli Piipposelta.*

Sopivissa lähdekirjoissa on esimerkiksi seuraavanlaisia termejä: Abstract algebra, Discrete mathematics, Number theory, Linear algebra, Calculus, Mathematical analysis, Probability theory; ja sanoja: Basic, Elementary, Elements, First course, Fundamental, Introduction. Opetussuunnitelman ja - ohjelman kurssikirjat ovat yleensä hyviä kandidaattitutkielman lähdekirjoja.

2 Pro gradu -tutkielma

Kaikki tässä annettavat ohjeet ovat yleisluonteisia. Yksilöllisempiä ohjeita saa gradun *ohjaajalta.* Ohjaajan saa ottamalla yhteyttä matematiikan professoriin (Hella, Hyry) tai muuhun opettajaan sitten, kun gradun aloittaminen tulee ajankohtaiseksi. Gradusta *ei* ole syytä olla *etukäteen huolissaan* eikä sitä aloittaessa ja laatiessa ole syytä vatvoa epäselviä käytännön asioita mielessään vaan kannattaa kysyä ohjaajalta tai muulta henkilökunnalta neuvoa.

Myös matematiikan didaktikko voi toimia ohjaajana. Silloin gradun voi ottaa puheeksi jo pedagogisissa opinnoissa. Tällaisen didaktisen gradun tapauksessakin tulee yhtenä ohjaajana olla oman yksikön matematiikan opettaja.

Pro gradu -tutkielman vaatimuksiin kuuluvat *harjoitusaine, varsinainen tutkielma ja kypsyysnäyte.* Kypsyysnäytteestä kerrotaan tämän oppaan luvussa 3.

Harjoitusaine laaditaan gradun yhteydessä, ennen varsinaisen gradun kirjoittamista. Sen sisällöstä ja tarkasta muodosta sovitaan gradun ohjaajan kanssa. Harjoitusaineen aihe tukee jollakin sopivalla ja tarkoituksenmukaisella tavalla gradun aihepiiriä. Se johdattaa kirjoittajaa ymmärtämään uutta asiasisältöä. Ohjaaja lukee harjoitusaineen ja antaa sen sisällöstä ja esitystekniikasta palautetta, jota opiskelija voi hyödyntää gradun kirjoittamisessa.

Tämän luvun jatkossa esitellään varsinaista tutkielmaa.

Sisältö Matematiikan gradu on sovittavasta aiheesta *kirjallisuuden perusteella* laadittu kirjallinen esitys. Lähdeaineistona ovat yleensä pääasiassa *kirjat*. Viime aikoina on alettu käyttää entistä enemmän myös *tietoverkkojen* materiaalia. Verkon käytässä on kuitenkin oltava varovainen, sillä kaikki sieltä läytyvä aineisto *ei ole luotettavaa*. Neuvoa kannattaa kysyä gradun ohjaajalta. Joissakin vaativimmissa graduissa lähdemateriaalina on myös matemaattisia *lehtiartikkeleita*, ja joissakin soveltavissa graduissa osana saattaa olla tietokoneohjelma tai muuta vastaavaa. *Omia matemaattisia tuloksia ei vaadita.*

Aiheen vaikeustaso Karkeasti ottaen gradun sisältö on yleensä samanlainen kuin *kandidaattitutkielman*, mutta aihepiirin pitää olla selvästi *vaikeampi ja laajempi*. Gradun lähtökohtana on yleensä jokin matematiikan syventävä opintojakso. Gradun pitää sisältää suurimmaksi osaksi *opiskelijalle uutta* materiaalia. Vaikeustasossa on suuria eroja. Opettajasuunnan aiheet ovat yleensä matemaattisen substanssin osalta yleisen suunnan ja tietotekniikan suunnan aiheita helpompia.

Muoto Ks. tutkielman rakenne (s. 11). Samanlainen kuin kandidaattitutkielmassa. (Joissakin yrityksille tehtävissä graduissa on kaksi erillistä osaa: julkinen ja salainen.)

Kieli Yleensä suomenkielinen.

Opintopisteet Aineenopettajan opintosuunnalla 25 op. Matematiikan ja tietotekniikan matematiikan opintosuunnilla 40 op. Pisteet kirjataan rekisteriin joko kerralla koko suoritus (25 op tai 40 op) tai vaiheittain työn edistymisen mukaan (5+10+10 op tai 10+10+10+10 op).

Pituus Aineenopettajan opintosuunnalla matemaattinen gradu n. 25 sivua tai enemmän, didaktinen (tai ”puolididaktinen”) on pidempi (25 op). Matematiikan ja tietotekniikan matematiikan opintosuunnilla n. 45 sivua tai enemmän (40 op). Opettajasuunnalla voi kirjoittaa myös laajemman (40 op) tutkielman, mutta silloin aiheen matemaattisen vaativuuden pitää olla yleisen suunnan tasoa.

Jos tutkielmassa on paljon yleiskielistä kirjoitusta matemaattisen tekstin sijaan, sivuja vaaditaan tietenkin enemmän. Sivumäärät ovat kuitenkin vain viitteellisiä; kokonaisuus on tärkeintä.

Kandidaattitutkielma ei periaatteessa saa olla osa gradua (koska niistä saa kummastakin erikseen opintopisteet).

Aihe

Perinteinen Teoreettinen aihe jostakin keskeisestä matematiikan (tai lähitieteen) osa-alueesta, esim. algebrasta, logiikasta, lineaarialgebrasta, lukuteoriasta, matemaattisesta tilastotieteestä... Lähdemateriaalina on (useita) *kirjoja*.

Didaktinen Sisältää sekä matematiikan teoriaa että didaktista näkökulmaa.

Soveltava Sisältää sekä matematiikan teoriaa että sovelluksia. Tehdään yleensä jossakin yrityksessä tai tutkimuslaitoksessa, esim. vakuutusmatematiikasta tai tietotekniikan matematiikasta. Opiskelija hankkii soveltavan aiheen yleensä itse.

Tieteellinen Vaativan lähdemateriaalin (esim. tieteellisten *lehtiartikkelien*) pohjalta; ei kuitenkaan vaadita omia tieteellisiä tuloksia; selvitetään "ainoastaan", mitä ko. lähteessä on tehty.

Gradu voi tietenkin olla myös em. luokkien sekoitus. Toistaiseksi on tehty eniten ns. perinteisiä graduja.

Aiheen valinta Gradun tekeminen aloitetaan menemällä matematiikan professorin (Hella, Hyry) tai muun opettajan vastaanotolle. (Hän toki saattaa siirtää ohjauksen toiselle opettajalle.) Aihe täsmentyy opiskelijan ja opettajan *keskusteluissa*, joissa

- opiskelija voi ehdottaa itse mietittyä aihetta
- opiskelija voi pyytää aihetta
- opiskelija ja opettaja voivat yhdessä miettiä sopivan aiheen.

Lopullisen päätöksen aiheesta tekee opiskelija. Aiheen valinnassa voi ennakoida jo mahdollista *jatkotutkinnon* erityisalaa. *Soveltavan* aiheen opiskelija joutuu yleensä hankkimaan *itse*. Opiskelija saa usein yhden lähdekirjan lainaksi opettajalta tai ainakin tiedon ko. kirjasta; muut lähteet pitää hankkia itse.

Ennen vastaanotolle menoa kannattaa miettiä gradun aiheen alaa, tyyppiä ja vaikeustasoa.

Materiaalin hankinta Materiaalin hankinta ei ole matematiikan graduissa yleensä ongelmallista. Tavallisesti lähdemateriaalia ei tarvita kovin paljon. Matemaattista kirjallisuutta voi hankkia lähinnä seuraavista kohteista.

- Kirjastot: *yliopistokirjastot* (pääkirjasto, laitoskirjasto), kunnalliset kirjastot.
- Kirjastojen *kaukopalvelu*
- Kirjakaupat.
- *Kollegat.*
- *Tietoverkot.* Tietoa kirjallisuudesta on saatavissa mm. sivuilta

  TaY:n kirjaston opassivu
  – http://libguides.uta.fi/matematiikka/
  hakukoneet (Google ym.)
  GoogleScholar (tietyn artikkelin haku)
  Andor (tietyn lehden haku)
  tampub.uta.fi (mm. pro gradu -tutkielmat)
  https://zbmath.org/
  https://mathscinet.ams.org/mathscinet/
  mathworld.wolfram.com
  englanninkielinen Wikipedia
  muista myös kirjaston hyllyjen paperiset kirjat

  Tässä yhteydessä mainittakoot myös sanakirjat

  http://matematiikkalehtisolmu.fi/sanakirja/a.html
  www03.edu.fi/oppimateriaalit/matematiikansanakirja/ohjelma/matematik.htm
  www.ee.oulu.fi/~topiolli/mathdict/

  sekä kielioppaat

  www.kotus.fi/
  http://jkorpela.fi/kielenopas/index.html

Ohjaus Gradun ohjauksen tyypillisiä vaiheita on lueteltu seuraavassa. *Gradun tekemistä ei ole syytä aloittaa omin päin*, vaan sen aloittamisesta pitää käydä keskustelemassa matematiikan professorin tai muun opettajan kanssa. Sopivan aiheen löydyttyä kirjoitetaan ohjaajan ja opiskelijan kesken ns. *ohjaussopimus*, jossa sovitaan mm. gradun kirjoittamisen ja ohjauksen aikataulusta. Ennen gradun kirjoittamista laaditaan ohjaajan kanssa sovittava *harjoitusaine*, josta ohjaaja antaa yksityiskohtaista palautetta. Varsinaista gradua kirjoitettaessa opiskelijan on syytä osallistua ohjauksen säännöllisesti ohjaussopimuksen mukaisesti. Erityisesti gradun *karkea sisällysluettelo* on

hyvä käydä näyttämässä ohjaajalle. Myös yleisluonteisissa *ongelma- ja epävarmuustilanteissa* (esim. kun työ ei jostain syystä etene) kannattaa kysyä neuvoa. *Ennen työn virallista jättämistä tarkastettavaksi* opiskelijan pitää ehdottomasti käydä keskustelemassa ohjaajan kanssa. Työn voi silloin antaa ohjaajalle luettavaksi epävirallisesti, jolloin ohjaaja kertoo kantansa, voidaanko työ hyväksyä. Työn tulisi tällöin olla *viimeistelty huolella*, jotta ohjaaja tosiaan voisi lukea sen vaivatta ja jotta toisarvoiset seikat eivät veisi ohjaajan huomiota asiasisällöstä. Vastuu gradun sisällöstä on opiskelijalla eikä ohjaajalla. Esitarkastuksen jälkeenkin *vastuu on opiskelijalla.*

Huomaa, että lähtökohtaisesti opiskelija tekee gradun itsenäisesti ja ohjaus on koko ajan luonteeltaan yleisluonteista *eikä ohjaaja yleensä opeta* tekijälle aihepiiriä tai ratko matemaattisia probleemoja. Graduprosessin yksi tarkoitus on lisätä opiskelijan matemaattista *itsenäisyyttä.* Ohjausta ei silti pidä missään tapauksessa välttää.

Gradun palauttaminen *Gradu* (mallin mukainen, jossa on etusivu, tiivistelmä, sisällysluettelo ynnä muut osat) *palautetaan virallisesti NettiOpsun kautta.* Sen jälkeen gradu painetaan ja lähetetään kirjastoon yliopiston puolesta. Opiskelija voi tilata myös *itselleen* painettuja versioita *maksua vastaan.* Sähköinen versio julkaistaan kirjaston nettisivuilla.

Kun gradu on virallisesti jätetty, sen *korjaaminen* on hankalaa ellei jopa *mahdotonta.* Sitä ennen työ annetaan *ohjaajalle "esitarkastusta" varten*, jonka jälkeen gradua voi vielä yleensä korjailla. Käytännössä opiskelijat varmistavat ohjaajalta, milloin gradun voi jättää NettiOpsuun.

Huomaa, että ohjeet ja käytännöt voivat muuttua tässä oppaassa annetuista. Lisäksi eri yksiköiden ja yliopiston yleiset ohjeet saattavat olla keskenään ristiriitaisia. Epäselvissä tilanteissa kannattaa kysyä neuvoa ohjaajalta tai tämän oppaan laatijalta.

Joka tapauksessa on tärkeää, että *gradun tekijä ottaa yhteyttä ohjaajaan ennen gradun virallista jättämistä tarkastettavaksi riippumatta siitä, mitä yliopiston yleisissä ohjeissa sanotaan.*

Gradun lisäksi *keskeisimmät lähdeteokset pitää antaa ohjaajalle nähtäväksi* tarkastuksen ajaksi.

Muista, että *LuK-tutkielma palautetaan* kandidaattiseminaarin ohjaajalle tai vastaavalle opettajalle. Sitä *ei* siis palauteta NettiOpsun kautta.

Gradun tarkastus Gradun tarkastaa *kaksi* opettajaa, jotka antavat työstä kirjallisen *lausunnon* ja *arvolause-ehdotuksen.* Opiskelijalla on oikeus antaa tarkastajien lausuntoon *vastineensa.* Virallisesti gradun *hyväksyy tiedekunnan dekaani.*

Arviointiasteikko Uusi asteikko 1-5 astui voimaan 1.8.2012. Sitä ennen oli käytössä arvostelu approbatur, lubenter approbatur, non sine laude ap-

probatur, cum laude approbatur, magna cum laude approbatur, eximia cum laude approbatur, laudatur.

Arvosanaan vaikuttavia seikkoja Arviointi perustuu yksikön arviointiperusteisiin, jotka on esitetty netissä. Arvosanaan vaikuttavat mm. työn matemaattinen oikeellisuus, aiheen vaikeustaso, oma panos, matemaattinen itsenäisyys, aiheen käsittelyn johdonmukaisuus, perusteellisuus ja täsmällisyys, jäsentelyn selkeys ja loogisuus, tutkielman muotoseikkojen ja matemaattisen kirjoittamisen käytäntöjen noudattaminen, suomen kielen oikeellisuus ja kirjoituksen sujuvuus, huolellisuus ja ulkoasu, ohjaajan osuus, (kaikki palautetut versiot), ...

Oma panos Lähdekirjojen esityksen täydentäminen, kuten omat esimerkit (tai kirjan harjoitustehtävät), omat huomautukset, lisäperustelut, selvennykset ja täydennykset, lähdeteosten (paino)virheiden korjaus, tutkiva ja vertaileva ote, lähdekirjojen monipuolinen käyttö, oma rakenne, ..., omat tulokset. Yleinen matemaattinen riippumattomuus lähteistä.

Arkistointi Graduista toimitetaan kirjaston *hyllyköihin* paperiversio ja *sähköiseen* arkistoon pdf-tiedosto (yliopiston puolesta sen jälkeen), kun opiskelija on palauttanut gradunsa virallisesti. Kandidaattitutkielmat toimitetaan yksikön arkistoon (ohjaajan toimesta).

Esimerkkejä graduista Viime vuosina tehdyt gradut löytyvät osoitteesta

tampub.uta.fi/

Tulostuskiintiö Gradua tekevät ovat ainakin toistaiseksi saaneet ylimääräisen kiintiön, jonka määrä on vaihdellut. Katso tietohallinnon sivut.

Lähdeaineiston lukemisesta Matemaattista kirjallisuutta on *vaikeampi lukea* kuin tavanomaista tekstiä. Yksi rivi matemaattista kirjoitusta saattaa vastata useaa sivua tavallista kirjoitusta. Lukijan on selvitettävä itselleen tekstin ajatus kohta kohdalta, jopa merkki merkiltä, ennen varsinaisen kirjoitustyön aloittamista. Usein tekstin selvittämisessä tarvitaan kynää ja paperia. Yhdenkin työn kannalta tarpeellisen asian ymmärtäminen väärin voi pahimmassa tapauksessa pilata lähes koko työn. Yksityiskohtien selvittämisen lisäksi pitää pyrkiä hahmottamaan osakokonaisuuksia ja lopulta saada gradusta oma kokonaisuutensa. Kun aiheen on omaksunut hyvin, pystyy sen kirjoittamaan luontevalla suomen kielellä. Muutoin kirjoittaminen on suoraa, sanasta sanaan kääntämistä, josta tarkastaja näkee helposti, että kirjoittaja ei ole perehtynyt aiheeseen kunnolla.

Plagiointi Pro gradu -tutkielmien ohjauksessa ja tarkastamisessa plagioinnin tunnistusjärjestelmä Turnitin otetaan käyttöön 31.12.2015. Turnitin-järjestelmän käyttö tapahtuu Moodlessa (learning2), jonne opiskelijan on syytä käydä kirjatumassa varhaisessa vaiheessa. *Vasta gradun lopullinen versio syötetään viralliseen alkuperäisyystarkastukseen.* Tarkemmin järjestelmän käytöstä sovitaan ohjaajan kanssa.

Plagiointi on epäeettistä; siitä ei ole arvosanan kannalta edes etua, vaikka järjestelmä ei sitä tunnistaisikaan.

Uusimmat ohjeet Huomaa, että ohjeet muuttuvat vuosien saatossa. Ajantasaiset käytännöt kannattaa varmistaa ohjaajalta. Tässä oppaassa annetut www- ja sähköpostiosoitteet saattavat myös muuttua.

3 Kypsyysnäyte

Kandidaattitutkielmaan ja pro gradu -tutkielmaan kuuluu kypsyysnäyte (eli kirjoituskoe), jonka tulee osoittaa perehtyneisyyttä tutkielman aihepiiriin ja suomen kielen taitoa. *Tutkielmaa ei hyväksytä ennen* kokeen suorittamista.

Perinteinen kypsyysnäyte on lyijykynällä kirjoitettu sekä *matemaattisesti* että *kielellisesti* huoliteltu kirjallinen esitys (essee), jonka *pituus* tavalliselle koepaperille kirjoitettuna on 4–5 sivua (kun teksti kirjoitetaan jokaiselle riville). *Aihe* annetaan koetilaisuudessa ja se käsittelee suurta osaa koko tutkielmasta. Yleensä kokeessa on kaksi tai kolme aihetta, joista saa vapaasti valita yhden aiheen.

Esitystyyli on samanlainen kuin ylioppilasaineessa. Esitystyyli on samantyyppinen kuin tutkielmassa, mutta asioita saa esittää ilman todistuksia; myöskään kirjallisuusviittauksia ei tarvita. Tapana on myös, että otsikot ”Määritelmä, Lause, Todistus,. . . ” jätetään pois ja vastaavat asiat ilmaistaan virkkeissä. Kielikeskuksen ohjeen mukaan kuvia ja taulukoita ei saa käyttää. Laajoja kaavarykelmiä on syytä välttää.

Tutkielma ei saa olla kokeessa mukana, joten tutkielman pääsisältö (ei kuitenkaan välttämättä todistusten yksityiskohtia) on hallittava kokeessa.

Kypsyysnäytteen essee on syytä kirjoittaa *huolellisesti.* Sen tulee olla yhtenäinen kokonaisuus ja siinä pitää olla selkeä rakenne (ainakin aloitus, aiheen käsittely ja lopetus). Kypsyysnäyte yleensä hyväksytään, mutta se voidaan myös hylätä (varsinkin jos essee on laadittu välinpitämättömästi).

Kirjoituskoe tarkistetaan sekä *kieliasun* (*äidinkielen opettaja*) että matemaattisen sisällön (matematiikan opettaja) osalta. Kypsyysnäytteen kielen määrää koulusivistyskieli. Jos koulusivistyskieli ei ole suomi tai ruotsi, kypsyysnäyte kirjoitetaan englanniksi.

Kypsyysnäyteohjeita löytyy yliopiston nettisivuilta ja osoitteesta

http://webcgi.oulu.fi/oykk/abc/tekstinhuolto/tekstilajeja/kypsyysnayte/

Kypsyysnäytteen suoritustapa saattaa poiketa edellä kuvatusta, esimerkiksi gradun tiivistelmä korvaa joissakin tapauksissa kypsyysnäytteen. Ajantasaista tietoa saa gradun ohjaajalta.

4 Tutkielman rakenne

Tutkielman karkea rakenne

Tutkielmassa pitää olla

1) etusivu
   - etusivun pitää sisältää sopivasti aseteltuina ne tiedot, jotka ovat mallitutkielman etusivulla (mallitutkielma on saatavissa kandidaattiseminaarin ja LaTeX-kurssin opettajilta)
2) tiivistelmä
   - tiivistelmä laaditaan mallitutkielman ohjeen mukaisesti
   - LuK-tutkielmaan ei tarvitse kirjoittaa tiivistelmää
3) sisällysluettelo
   - saadaan LaTeXissa komennolla `\tableofcontents`
4) johdanto
   - johdanto numeroidaan luvuksi 1 (halutessaan sen voi myös jättää numeroimatta)
   - selitetään yleisellä tasolla *työn sisältö* (aihepiiri, päätulokset jne., jaottelu esimerkiksi lukujen ja pykälien mukaan)
   - kerrotaan, *mitä lukijalta oletetaan* (lukijan ei oleteta olevan kokenut matemaatikko, vaan pikemminkin opiskelija, joka ei tunne ennestään kyseistä aihepiiriä)
   - mainitaan käytetystä *lähdekirjallisuudesta*
   - johdannossa voidaan myös luoda lyhyt katsaus aihepiirin historiaan, matemaattiseen merkitykseen ja sovelluksiin (ei kuitenkaan yleensä LuK-tutkielmassa, joskus gradussa)
   - johdannon perusteella lukija arvioi, kannattako hänen perehtyä työhön
5) luvut 2, 3, ... ja mahdollisesti pykälät 2.1, 2.2, ..., 3.1, 3.2, ...
   - luku 2 (yleensä) antaa merkintöjä, määritelmiä ja lauseita, joita tarvitaan tutkielman varsinaisissa tuloksissa; luvun 2 lauseiden todistusten sivuuttaminen ei alenna tutkielman arvoa (mikäli muiden lukujen materiaali on kyllin vaativaa); luvun 2 otsikko voi olla vaikkapa *"Esitietoja"*; LuK-tutkielmassa tällaista lukua ei aina tarvita ja gradussakin esitiedot voi mahdollisesti sisällyttää sopivasti muihin lukuihin tai ilmoittaa johdannossa tietyt esitiedot tunnetuiksi
   - luvuissa 3, 4, ... käsitellään tutkielman *varsinaista* aihetta

- jos luku jäsennetään aliluvuiksi (pykäliksi), alilukuja pitää olla vähintään kaksi

6) lähdeluettelo.

Tutkielmassa voi olla myös esipuhe ja *liitteitä* (esim. tietokoneohjelma) ja joskus muitakin osia.

Kirjaston Tutkielmat-sivulla saattaa myös olla ohjeita tutkielman muodosta. Jos ne ohjeet poikkeavat oman tutkinto-ohjelman ohjeista, kysy neuvoa gradusi ohjaajalta.

Lukujen rakenne

Luvut ja pykälät (paitsi johdanto) rakennetaan sopivalla tavalla osista

1) yleistä selvitystä

2) määritelmä

   - määritelmässä esitellään jokin *käsite* eli *annetaan nimi* jollekin asialle, kyseessä on eräänlainen *sopimus*; annettava nimi on tapana kirjoittaa *korostettuna*; matemaattisessa tekstissä muuta tekstiä ei tulisikaan kirjoittaa korostetulla kirjasinlajilla.
   - määritelmät yleensä numeroidaan ja otsikoidaan; otsikkona on sana "Määritelmä" ja numero; määritelmän teksti alkaa heti suoraan otsikon jälkeen samalta riviltä kuin otsikko; määritelmän kirjoittaminen tekstiin ilman otsikkoa ja numeroa on myös hyväksyttävää

3) lause

   - lauseessa esitetään jokin *ominaisuus*, joka *todistetaan* tai jonka todistukseen annetaan vain lähdeviittaus
   - lauseet numeroidaan ja otsikoidaan samalla periaatteella kuin määritelmät
   - otsikon "Lause" sijasta voi sopivassa tilanteessa käyttää otsikkoa "Apulause" tai "Seuraus" (eli "Seurauslause")

4) todistus

   - todistuksessa lause perustellaan aukottamasti käyttämällä *määritelmiä, aikaisempia lauseita ja matemaattista päättelyä*
   - todistus alkaa otsikolla "Todistus.", mutta todistuksia *ei numeroida*
   - todistus päätetään neliöllä tai sanallisella ilmaisulla, esim. "Näin olemme todistaneet lauseen X."

5) esimerkki

   - esimerkeillä havainnollistetaan aihepiiriä

- esimerkit numeroidaan ja otsikoidaan samalla periaatteella kuin määritelmät; voidaan joskus kirjoittaa myös ilman otsikkoa ja numeroa

6) huomautus

- huomautuksessa voi esimerkiksi kertoa jonkin irrallisen asian tai sitä voi käyttää muuten tutkielman jäsentämiseen
- huomautukset otsikoidaan; joissakin esityksissä huomautukset numeroidaan, joissakin ei (huomautuksia voi esittää toki ilman otsikointiakin).

Joskus voi olla hyödyllistä käyttää *kuvioita ja taulukoita*. Niihin ei tässä esityksessä tarkemmin puututa; ohjeita voi etsiä esimerkiksi LaTeX-oppaista. Seuraavassa esitetään esimerkit määritelmien ja lauseiden rakenteista.

Määritelmä 4.1. Funktio $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ on *differentioituva pisteessä* $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$, jos on olemassa sellainen $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^n$, että

$$f(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{h}) - f(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{y}\cdot\boldsymbol{h} + o(\boldsymbol{h}), \qquad \boldsymbol{h} \in \mathbb{R}^n.$$

Edellisen määritelmän voisi kirjoittaa myös ilman otsikkoa muodossa ”Funktion $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ sanotaan olevan *differentioituva pisteessä* $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$, jos...”.

Lause 4.1. *Olkoon $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ funktio ja $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ piste. Jos funktiolla f on jatkuvat ensimmäiset osittaisderivaatat pisteen $\boldsymbol{x}$ ympäristössä, niin f on differentioituva pisteessä $\boldsymbol{x}$.*

Todistus. Oletetaan, että...

Jos määritelmällä tai lauseella on oma nimi, se kirjoitetaan otsikkoon sulkeissa:

Lause 4.2 (Väliarvolause)**.** *Olkoon...*

Lähdeluettelon rakenne

Lähdekirjallisuus kirjoitetaan *aakkosjärjestykseen tekijän sukunimen* mukaan. Saman tekijän kirjallisuus asetetaan aikajärjestykseen vanhimmasta uusimpaan. Lähdekirjallisuus *numeroidaan* ja numerot kirjoitetaan hakasulkuihin. Kirjojen bibliografisista tiedoista eli *viitetiedoista annetaan* tekijä(t), otsikko, painos (mikäli on useita), kustantaja, julkaisupaikka ja vuosi. Aikakauslehtiartikkelista annetaan tekijä(t), otsikko, lehden nimi (yleensä virallisena lyhenteenä), volyymi eli vuosikerta, vuosi ja sivut. Esimerkiksi

[1] T. M. Apostol, Mathematical Analysis, 2nd ed., Addison-Wesley, London, 1965.

[2] X. Yang, On Carleman's inequality, J. Math. Anal. Appl. 253 (2001) 691–694.

Tässä esimerkissä ensimmäinen lähdedokumentti on *kirja* ja toinen on *aikakauslehtiartikkeli*. Lähdeluettelossa on usein tapa korostaa joitakin seikkoja, esim. tekijän nimeä, erilaisilla kirjaimuodoilla (*kursiivi*, KAPITEELI, **lihava**). Mallia voi katsoa selkeästi ja johdonmukaisesti kirjoitetusta matemaattisesta kirjallisuudesta. Lähdeluettelon *otsikko* on esimerkiksi "Viitteet", "Lähteet" tai "Kirjallisuus".

Tiedot kaikista kansainvälisistä matemaattisista julkaisuista läytyvät referoivista lehdistä Mathematical Reviews ja Zentralblatt MATH sekä niiden sähköisistä tietokannoista. Nämä tosin tulevat ajankohtaisiksi yleensä vasta jatko-opinnoissa.

Kandidaattitutkielmassa lähdemateriaalina on yleensä yksi (tai useampi) kirja. Graduissa käytetään kirjojen lisäksi joskus aikakauslehtiä.

Lähdemateriaalina saa käyttää painettujen dokumenttien lisäksi myös *sähköisiä dokumentteja*. Painetut ja sähköiset dokumentit kirjoitetaan yleensä samaan lähdeluetteloon. Sähkäisistä dokumenteista on lähdeluettelossa pyrittävä ilmoittamaan samat tiedot kuin painetuistakin ja lisäksi on ilmoitettava viestintyyppi, viittaamisen ajankohta, saatavuus ja verkko-osoite (URL). Viittauksen kohde on identifioitava niin, että se pystytään löytämään, vaikka sen alkuperäinen osoite olisikin vaihtunut. Pelkän osoitteen (URL) käyttäminen lähdeviitteissä ei ole koskaan riittävää. Katso

[3] V. Varjonen, Viittaaminen sähköisiin dokumentteihin [Verkkodokumentti], Oulun yliopiston kirjasto, Oulu, 1999 [Viitattu 15.12.1999]. URL http://herkules.oulu.fi/vili/viittaus/.

Tietoverkoissa on paljon sekä oikeaa että väärää tietoa. Luotettavan tiedon oppii tunnististamaan kokemuksen myötä. Verkkomateriaalia käyttäessä neuvoa kannattaa kysyä ohjaajalta.

Lähdeviittaukset

Tutkielmassa tulee ilmoittaa selkeästi, mistä sen materiaali on peräisin. Lähdeviittausten tahaton puuttuminen on erittäin yleinen virhe tutkielmissa, joka kuitenkin pitää aina korjata. *Jos lähdeviittausta ei ole, niin tekijä väittää materiaalin olevan omaa.* Joka tapauksessa riippumatta siitä, onko sisältö lähteestä vai ei, tutkielman *kirjoittaja vastaa itse kirjoittamistaan* matemaattisista väitteistään ja ne hänen on pystyttävä tekstissään *perustelemaan.* Tarkoitus myös on, että tutkielma on *helppolukuisempi* kuin alkuteksti, joka saattaa olla hyvinkin lyhytsanainen.

Kirjallisuusviittaukset esitetään täsmällisesti

1) kunkin määritelmän, lauseen, todistuksen ja esimerkin kohdalla erikseen tai

2) kunkin luvun tai pykälän alussa yhtenäisesti, jos ko. luku tai pykälä on suoraan jostakin tietystä dokumentista, tai

3) johdannossa yhtenäisesti, jos koko tutkielma on suoraan jostakin tietystä dokumentista.

Usein kohtia 1, 2 ja 3 kannattaa yhdistellä soveltuvin osin. Missään tapauksessa ei riitä, että lähdeaineiston kirjaa pelkästään lähdeluetteloon. Lähdeviittauksen muoto on [lähteen numero, täsmennys], esimerkiksi "On tunnettua, että Eulerin funktio on multiplikatiivinen [2, lause 3, s. 24]." tai "*Todistus* (vrt. [2, s. 54]). Olkoon...".

Tutkielman lähteitä ei saa missään tapauksessa *salata* eikä salaamisesta yleensä ole hyötyä arvolauseen kannalta. Toisaalta lähdeluetteloon ei ole tapana kirjoittaa sellaisia lähteitä, joihin ei tutkielmassa viitata.

5 Yleinen matemaattinen kirjoitustyyli

Matemaattisissa teksteissä kirjoitetaan *kokonaisia, huoliteltuja ja kieliopillisesti oikeita* virkkeitä. *Matemaattisia merkkejäkin* sisältävien virkkeiden on oltava kieliopillisesti järkeviä kokonaisuuksia. Erityisesti on pidettävä huolta siitä, että sanonnat ovat täsmällisiä ja että kirjoitus etenee loogisesti.

Tutkielmissa matemaattiset väitteet *perustellaan aukottomasti* riippumatta siitä, onko lähdekirjallisuudessa tehty näin. Perustelut kirjoitetaan myös lukijalle *näkyviin*; ei riitä, että tekijä käy ne itse mielessään läpi. Vielä huonompi käytäntö on, että kirjoittaja ei edes käy niitä läpi vaan uskoo lähdekirjallisuuden perusteella kirjoituksensa olevan oikein. Joka tapauksessa tutkielman *tekijä vastaa* itse kirjoituksensa oikeellisuudesta. *Apuneuvoiksi* luokiteltavien tulosten perustelut voidaan korvata pelkillä *kirjallisuusviittauksilla.*

Kirjoitus on *jäsenneltävä selkeästi* joka tasolla. Kirjoittajan on itse päätettävä tutkielman jäsentely lukuihin ja pykäliin, alkuperäisen tekstin jaottelua ei voi ilman muuta noudattaa. Asiat on ehkä esitettävä uudessa järjestyksessä, ja uusia määritelmiä, apulauseita ja lauseita on mahdollisesti lisättävä. Jokainen luku tai pykälä on myös jaoteltava selkeästi kappaleisiin. On kerrottava, mistä kussakin kohdassa on kyse; ollaanko esimerkiksi perustelemassa jotakin asiaa. Edelleen virkkeet on jäsenneltävä helposti luettaviksi pää- ja sivulauseiksi.

Tutkielmassa on *selvitettävä käytettävät matemaattiset merkinnät kaikkein vakiintuneimpia lukuun ottamatta* ja annettava lukijalle tarvittavat *esitiedot* varsinaisen aiheen ymmärtämiseksi.

Sanoilla *"määritellä, määrittää, lause, olettaa, otaksua"* on tietty merkitys matematiikassa. Esimerkiksi sanonta "määritellään lukujen syt" tarkoittaa eri asiaa kuin "määritetään lukujen syt". Voidaan määrittää lukujen 12 ja 16 syt, mutta sitä ei voida (tai ei ainakaan ole tapana erikseen) määritellä. Samoin voidaan esimerkiksi määritellä ryhmän aliryhmän käsite ja määrittää vaikkapa ryhmän $(\mathbb{Z}_4, +)$ kaikki aliryhmät. Määrittäminen tarkoittaa usein laskemista tai jotakin sen suuntaista.

Lause on kirjallinen yksikkö, jossa esitetään jokin matemaattinen ominaisuus. Sanalla ”lause” on logiikassa myös toisenlainen merkitys.

Olettaminen on tietyllä lailla paikallista; se voi koskea koko tutkielmaa tai jotakin sen osaa, esimerkiksi yhtä lausetta. Voidaan esimerkiksi olettaa, että kaikki tutkielman luvut ovat kokonaislukuja ellei toisin mainita. Samoin voidaan esimerkiksi olettaa, että tietyssä lauseessa luvut ovat nollasta poikkeavia. Lause on usein muotoa ”Oletetaan, että... Silloin...”. Sama asia voidaan yleensä ilmaista rakenteilla ”Olkoon/t... Silloin...” ja ”Jos ..., niin...”. Sanaa ”olettaa” voidaan käyttää myös sellaisessa yhteydessä, että kerrotaan johdannossa esimerkiksi, että oletetaan lukijan osaavan lukuteorian alkeet sen mukaan, mitä kurssilla Algebra 1 opetetaan.

Otaksuminen tarkoittaa arvelemista. Esimerkiksi matemaatikot otaksuvat, että alkulukukaksosia on ääretän määrä, mutta kukaan ei ole kyennyt todistamaan, onko asianlaita näin. Yksi kuuluisimmista otaksumista on ns. Riemannin hypoteesi, jota tässä esityksessä ei tarkemmin esitellä. Kirjallisuudessa on paljon matemaattisia tuloksia, jotka ovat voimassa, kun oletetaan, että Riemannin hypoteesi pitää paikkansa. Omia otaksumia ei ole tutkielmissa syytä esittää, vaan tulee toimia, kuten käytetyssä lähdekirjallisuudessa on esitetty. Jos kehittää omia otaksumia tai tuloksia (mikä on äärimmäisen harvinaista), on asiasta ehdottomasti keskusteltava ohjaajan kanssa.

Matemaattisissa teksteissä on tapana kirjoittaa *lyhyitä* virkkeitä ja *yksinkertaisia* lauserakenteita, koska matematiikassa lyhyissäkin ilmaisuissa on yleensä paljon sisältää.

Matemaattiset tekstit kirjoitetaan joko *passiivissa* tai *monikon 1. persoonassa.* Esimerkiksi ”Osoitetaan, että...” ja ”Osoitamme, että...” ovat hyväksyttäviä tyylejä. Sen sijaan esimerkiksi sanontaa ”Osoitan, että...” ei ole tapana käyttää. Kirjoitustyylin on oltava johdonmukainen läpi koko työn.

Esimerkki 1. Puutteellinen esitys:

Osoitan, että x kuuluu vain yhteen ekvivalenssiluokkaan:

$$x \in a/\sim,\ b/\sim$$

$$x \sim a,\ x \sim b$$

$$a \sim x,\ x \sim b$$

$$a \sim b$$

$$a/\sim = b/\sim.$$

Korjattu versio:

Osoitamme, että x kuuluu vain yhteen ekvivalenssiluokkaan. Oletamme, että x kuuluu kahteen ekvivalenssiluokkaan $a/\sim$ ja $b/\sim$. Silloin ekvivalenssiluokan määritelmän mukaan $x \sim a$ ja $x \sim b$. Koska $\sim$ on symmetrinen, niin $a \sim x$ ja $x \sim b$. Koska $\sim$ on myös transitiivinen, niin $a \sim b$. Näin ollen lauseen 1 perusteella $a/\sim = b/\sim$. Siis x kuuluu vain yhteen ekvivalenssiluokkaan.

Oppikirjoissa käytetään usein erilaisia teknisiä korostuksia, kuten värejä ja laatikoita. Esimerkiksi tärkeä matemaattinen tulos saatetaan asettaa laatikkoon. *Opinnäytteissä* tällaista käytäntää *ei* suositella, vaan tärkeät matemaattiset tulokset otsikoidaan lauseiksi. Tutkielmiin ei myöskään ole tapana laatia harjoitustehtäviä (ellei kyseessä ole ns. didaktinen tutkielma). Oppikirja sen sijaan voi hyvin olla lähdemateriaalina.

Esimerkki 2. Kirjassa:

> Määritelmä 5.1 *Kriittinen piste*
>
> Funktion f määrittelyjoukon *piste c on funktion f kriittinen piste*, jos $f'(c) = 0$ tai $f'(c)$ ei ole olemassa.

Opinnäytteessä:

Määritelmä 5.1 (Kriittinen piste)**.** Olkoon f reaalimuuttujan reaaliarvoinen funktio. Funktion f määrittelyjoukon *piste c on funktion f kriittinen piste*, jos $f'(c) = 0$ tai $f'(c)$ ei ole olemassa.

Esimerkki 3. Kirjassa:

> Lause 5.1
>
> Jos $f(x) > 0$ aina, kun $x \in [a, b]$, niin $\int_a^b f(x)\,dx > 0$.

Opinnäytteessä:

Lause 5.1. *Olkoon f reaalimuuttujan reaaliarvoinen funktio. Jos $f(x) > 0$ aina, kun $x \in [a, b]$, niin $\int_a^b f(x)\,dx > 0$.*

Luennoilla, harjoituksissa ja tenttivastauksissa suositaan ns. *luentotyyliä*. Silloin käytetään lyhenteitä, kirjoitetaan epätäydellisiä virkkeitä ja virkkeet aloitetaan aina vasemmasta reunasta. Tällainen esitystapa ei ole sovelias opinnäytteisiin.

Painotetaan vielä, että tutkielman *kirjoitus ei ole käännöstehtävä* englannista suomeksi. Ainoa tapa välttää suora kääntäminen on *perehtyä aiheeseen* niin hyvin, että todella ymmärtää sen. Tämän jälkeen tulee vielä *miettiä, millä tavalla asian ilmaisisi lukijalle* luontevalla ja ymmärrettävällä tavalla. Asian luontevan ilmaisemisen miettiminen syventää myös matemaattista ymmärtämistä. Vasta silloin matemaattinen kirjoitus voi olla hyvää.

Matemaattista kirjoittamista opiskellaan kandidaattiseminaarissa.

6 Yksittäisiä matemaattisen kirjoittamisen erityispiirteitä

Nämä periaatteet ovat *suosituksia*, eivät aina virallisia lakeja, mutta matemaatikoilla on tapana noudattaa niitä, ainakin soveltuvin osin. Periaatteiden tavoitteena on kirjoituksen selkeys, sujuvuus, luettavuus, yksiselitteisyys ja tyylikkyys. Joka tapauksessa kirjoittaja joutuu noudattamaan *julkaisijayhteisän vaatimuksia*.

Matemaattisesta kirjoittamisesta ei juurikaan ole suomenkielistä kirjallisuutta. Englanninkielistä materiaalia on mm. kirjoissa

[1] L. Gillman, Writing Mathematics Well, Mathematical Association of America (MAA), 1987.

[2] P. R. Halmos, How to write mathematics, Enseignement Math. 16 (1970) 123–152.

[3] N. J. Higham, Handbook of Writing for the Mathematical Sciences, 2nd ed., Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1998.

[4] D. E. Knuth, T. Larrabee, and P. M. Roberts, Mathematical Writing, Mathematical Association of America (MAA), 1989, Revised 1990.

[5] S. G. Krantz, A Primer of Mathematical Writing, American Mathematical Society (AMS), 1997.

Seuraavassa on lueteltu joitakin melko yleisesti noudatettavia matemaattisen kirjoittamisen periaatteita.

1) Virkkeen aloitus

   Matemaattinen symboli ei yleensä aloita virkettä.

   huono: Oletetaan, että $\det A \neq 0$. A on epäsingulaarinen.

   hyvä: Oletetaan, että $\det A \neq 0$. Siis matriisi A on epäsingulaarinen.

2) Sijamuodot

   Matemaattisia symboleita ei yleensä taivuteta, vaan sijamuodot hoidetaan sopivan määritteen avulla.

   huono: $(x^2 + 1)$:llä ei ole reaalisia nollakohtia.

   hyvä: Polynomilla $x^2 + 1$ ei ole reaalisia nollakohtia.

3) Kvanttorit ja loogiset konnektiivit

   Kvanttorit ja loogiset konnektiivit kirjoitetaan tekstirivillä sanallisesti (elleivät ne ole tutkimuskohteina logiikassa).

   huono: Siis $x > 0 \Rightarrow -x < 0$.

   hyvä: Siis $x > 0$, joten $-x < 0$.

huono: Silloin $f(x) > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$.

hyvä: Silloin $f(x) > 0$ aina, kun $x \in \mathbb{R}$.

OK: Esitetään lauseen $p \Rightarrow \neg p$ totuustaulukko.

4) Kaavat

Kaava on lauseenjäsen tai sen osat ovat lauseenjäseniä.

OK: Siis $x = 1$.

OK: Siis yhtälä $x = 1$ on voimassa.

Kaava ei yksistään muodosta virkettä.

huono: Olkoon $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivoituva ja $f(x) \neq 0$ aina, kun $x \in \mathbb{R}$.

$$\left(\frac{1}{f}\right)'(x) = \dots.$$

hyvä: Olkoon $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivoituva ja $f(x) \neq 0$ aina, kun $x \in \mathbb{R}$. Silloin

$$\left(\frac{1}{f}\right)'(x) = \dots.$$

Kaava asetetaan joko tekstiriville tai omalle riville.

Omalle riville tulevat isokokoiset, numeroidut, tärkeät sekä kvanttoreita ja loogisia konnektiiveja sisältävät kaavat. Muulloinkin kaava voidaan asettaa omalle riville, jos tekstiä halutaan keventää.

Kaavariville ei yleensä kirjoiteta kaavan perusteluja oikeaksi eikä kaavasta tehtäviä johtopäätöksiä.

huono: Silloin

$$AB = I, \text{ joten voimme päätellä, että } B = A^{-1}.$$

hyvä: Silloin

$$AB = I,$$

joten voimme päätellä, että

$$B = A^{-1}.$$

hyvä: Silloin $AB = I$, joten voimme päätellä, että $B = A^{-1}$.

Kaavaketjujen ja -ryhmien tarkoitus pitää kirjoittaa näkyviin ja kaavaketjujen ja -ryhmien kaavojen suhde toisiinsa tulee ilmoittaa.

5) Kirjaintyyppi

Matemaattiset merkit kirjoitetaan kursiivilla. LaTeXissa matemaattiset merkit asetetaan matematiikkatilaan. Erikoisfunktioita varten LaTeXissa on omat komennot.

huono: $detA$

hyvä: $\det A$

6) Suomennoksia

for all jokaista kohti; aina, kun

such that sellainen ..., että

so that siten, että

$n \times m$ **matrix** $n \times m$ -matriisi

Laplace transform Laplace-muunnos

Venn diagram Venn-diagrammi

Rolle's theorem Rollen lause

the Heine-Borel theorem Heinen–Borelin lause, Heinen ja Borelin lause

square matrix neliömatriisi

symmetric matrix symmetrinen matriisi

real number reaaliluku

natural number luonnollinen luku

number luku

digit numero

a Cauchy sequence Cauchyn jono

the Fibonacci sequence Fibonaccin jono

disjoint erilliset

distinct erisuuret

Theorem lause

Corollary seuraus tai seurauslause

Lemma apulause tai lemma

Lemmata, Lemmas (sanan lemma monikko)

formulae, formulas (sanan formula monikko)

7) Olkoon/olkoot

Olkoon on yksiköllinen ja olkoot on monikollinen.

OK: Olkoon $x \in \mathbb{R}$.

OK: Olkoot x, $y \in \mathbb{R}$.

OK: Olkoon $x \in \mathbb{R}$ ja $n \in \mathbb{Z}^+$.

8) ”Eli” tarkoittaa yhtäpitävää

väärin: Siis $x > 0$ eli $x > 1$.

oikein: Siis $x > 1$, joten $x > 0$.

oikein: Siis $x > 0$ eli $x + 1 > 1$.

väärin: Siis $x > 1$. Joten $x > 0$. (matemaattisesti ok mutta huonoa kieltä)

Liite: Tiivistelmän malli

Pro gradu -tutkielmaan on liitettävä tiivistelmä, jonka sisältö on kopioitava myös tutkielmalomakkeeseen. *Tiivistelmässä ei tule olla mutkikkaita matemaattisia lausekkeita.* Kandidaattitutkielmassa ei tarvitse olla tiivistelmää.

Liitteenä oleva kandidaattitutkielman malli on tehty LaTeXin dokumenttiluokalla report. Myös gradu voidaan tehdä tällä. Mikäli gradussa on yli 60 sivua, se tulostetaan kaksipuolisena, jolloin on käytettävä dokumenttiluokan optiota twoside.

Tampereen yliopiston tilastotieteen tutkielmia varten on tehty erillinen LaTeX-dokumenttiluokka utastmth, jota voi hyvin käyttää myös matematiikan gradun tekemiseen. Kyseinen dokumenttiluokka sekä ohjeet sen käyttään löytyvät osoitteesta

http://www.uta.fi/sis/mtt/mttts2/tutkielmapohja.html

Huomaa kuitenkin, että matematiikan tutkielmissa viittaukset lähdeteoksiin on tehtävä numerojärjestelmällä eikä nimi-vuosijärjestelmällä kuten tilastotieteen tutkielmissa.

Kandidaattitutkielmassa on käytettävä tavallista suurempaa riviväliä, jotta mahdollisia korjausmerkintöjä ja huomautuksia varten olisi tilaa. Näin on tehty myös mallitutkielmassa. Pro gradu -tutkielma kirjoitetaan kuitenkin normaalilla rivivälillä, sillä gradua ei yleensä palauteta opiskelijalle korjattavaksi.

Tampereen yliopisto

Luonnontieteiden tiedekunta

SUKUNIMI, ETUNIMI: Tutkielman nimi

Pro gradu -tutkielma, xx s., x liites.

Matematiikka

Syyskuu 2017

Tiivistelmä

Tiivistelmien laatimisesta on olemassa standardi SFS 3855, josta seuraavassa muutamia tärkeimpiä kohtia. Huomaa erityisesti, että lyhyt tiivistelmä kirjoitetaan yhtenä kappaleena *eikä* luettelona, kuten tämä ohje.

- Tiivistelmän tulee olla lyhyt ja selkeä kuvaus dokumentin sisällöstä.
- Tiivistelmästä tulee ilmetä kaikki kirjoituksen sisältämät johtopäätökset ja uudet tiedot.
- Tiivistelmä jäsentyy samoin kuin dokumentti, josta se laaditaan.
- Suomenkielisen tiivistelmän pituudeksi riittää yleensä alle 200 sanaa; pitkienkin tiivistelmien tulee mahtua yhdelle sivulle ja olla enintään 400 sanaa.
- Tiivistelmän tulee olla itsenäinen esitys niin, että se on ymmärrettävissä ilman alkuperäistä dokumenttia.
- Tiivistelmässä tulee käyttää lyhyitä, täydellisiä lauseita. Lyhyet tiivistelmät kirjoitetaan yhdeksi kappaleeksi, pitkissä voi käyttää kappalejakoa.
- Tiivistelmä on kirjoitettava mieluiten passiivimuodossa.
- Tiivistelmässä ei saa käyttää vakiintumattomia lyhenteitä, symboleja eikä termejä selittämättä niitä.

Koska tiivistelmä tallennetaan sähköiseen muotoon pelkkänä tekstinä, niin tiivistelmässä ei pidä käyttää kuvioita, taulukoita tai monimutkaisia matemaattisia kaavoja.